www.tawjihnet.net تحميل موقع توجيه نت

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2015
- الموضوع -

RS 24

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	4
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	المعامل	9

- مدة إنجاز الموضوع هي أربع ساعات.
- يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها .
- يمكن إنجاز التمارين حسب الترتيب الذي يرغب فيه المترشح.

- التمرين الأول يتعلق بالبنيات الجبرية.....(4 ن)
- التمرين الثاني يتعلق بالحسابيات و حساب الاحتمالات.....(3 ن)
- التمرين الثالث يتعلق بالأعداد العقدية.....(3 ن)
- التمرين الرابع يتعلق بالتحليل.....(6 ن)
- التمرين الخامس يتعلق بالتحليل .....(4 ن)

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة كيفما كان نوعها

لا يسمح باستعمال اللون الأحمر بورقة التحرير

www.tawjihnet.net تحميل موقع توجيه نت

التمرين الأول: (4 نقط)

الجزء الأول: نزود $(\mathbb{R}^2$ ، $\perp)$ بقانون التركيب الداخلي $*$ المعرف بما يلي:

$$x*y = x + y - e^{xy} + 1 \quad ; \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2$$

0.25 1-أ) بين أن القانون $*$ تبادلي في $\mathbb{R}$،

0.5 ب) بين أن القانون $*$ يقبل عنصرا محايدا يتم تحديده.

0.5 2- علما أن المعادلة: $(E) : x - e^{2x} + 3 = 0$ تقبل في $\mathbb{R}$ ، حلين مختلفين a و b ،

بين أن القانون $*$ غير تجميعي.

الجزء الثاني: نذكر أن $(M_2(\mathbb{R}),+,\times)$ حلقة غير تبادلية و واحدية وحدتها $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

و أن $(M_2(\mathbb{R}),+,.)$ فضاء متجهي حقيقي و أن $(\mathbb{C}^*,\times)$ زمرة تبادلية.

لكل x و y من $\mathbb{R}$ ، نضع: $M(x,y) = \begin{pmatrix} x & -2y \\ y & x \end{pmatrix}$ و ليكن $F = \{M(x,y) / (x,y) \in \mathbb{R}^2\}$

0.5 1- بين أن F فضاء متجهي جزئي للفضاء المتجهي الحقيقي $(M_2(\mathbb{R}),+,.)$

0.5 2- بين أن F جزء مستقر من $(M_2(\mathbb{R}),\times)$

3- نعتبر التطبيق j من $\mathbb{C}^*$ نحو F الذي يربط كل عدد عقدي $x+iy$ (حيث x و y عددان حقيقيان) بالمصفوفة $M(x,y)$

0.5 أ) بين أن j تشاكل من $(\mathbb{C}^*,\times)$ نحو $(F,\times)$

0.25 ب) نضع: $F^* = F - \{M(0,0)\}$. بين أن: $j(\mathbb{C}^*) = F^*$

0.25 ج) بين أن $(F^*,\times)$ زمرة تبادلية.

0.75 4- بين أن $(F,+,\times)$ جسم تبادلي.

التمرين الثاني: (3 نقط)

0.5 I -1- ليكن a من $\mathbb{N}^*$. بين أنه إذا كان a و 13 أوليان فيما بينهما فإن: $a^{2016} \equiv 1 \ [13]$

2- نعتبر في $\mathbb{Z}$ المعادلة: $(E): x^{2015} \equiv 2 \ [13]$ وليكن x حلا للمعادلة (E)

0.5 أ) بين أن x و 13 أوليان فيما بينهما.

0.5 ب) بين أن: $x \equiv 7 \ [13]$

0.5 3- بين أن مجموعة حلول المعادلة (E) هي: $S = \{7 + 13k / k \in \mathbb{Z}\}$

II- نعتبر صندوقا U يحتوي على خمسين (50) كرة مرقمة من 1 إلى 50 . (الكرات لا يمكن التمييز بينها باللمس)

0.5 1- نسحب عشوائيا كرة من الصندوق. ما هو احتمال الحصول على كرة تحمل رقما يكون حلا للمعادلة (E) ؟

0.5 2- نسحب عشوائيا كرة من الصندوق ،نسجل رقمها ثم نعيدها إلى الصندوق.نكرر هذه التجربة ثلاث مرات.

www.tawjihnet.net تحميل موقع توجيه نت

ما هو احتمال الحصول مرتين بالضبط على كرة تحمل رقما يكون حلا للمعادلة (E) ؟

التمرين الثالث :(3 نقط)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية: $(E): z^2 - (1+i)z + 2 + 2i = 0$

0.25 1-أ) تحقق أن $(1-3i)^2$ هو مميز المعادلة (E)

0.5 ب) حدد z_1 و z_2 حلي المعادلة (E) في المجموعة $\mathbb{C}$ (نأخذ z_1 تخيلي صرف)

0.5 ج) بين أن: $\frac{z_1}{z_2} = \sqrt{2}e^{i\frac{3p}{4}}$

2- المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد و ممنظم و مباشر .

نعتبر النقطة A التي لحقها z_1 و B النقطة التي لحقها z_2

0.25 أ) حدد العدد العقدي e لحق النقطة E منتصف القطعة $[AB]$

0.5 ب) ليكن r الدوران الذي مركزه A وقياس زاويته $\frac{-p}{2}$

وليكن c لحق النقطة C صورة النقطة E بالدوران r. بين أن: $c = -\frac{3}{2} + \frac{3}{2}i$

ج) نعتبر D النقطة ذات اللحق $d = 1 + \frac{3}{2}i$.

1 بين أن العدد $\frac{c - z_1}{z_2 - z_1}$ حقيقي ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها.

التمرين الرابع:(6 نقط)

ليكن n عددا صحيحا طبيعيا غير منعدم.

نعتبر الدالة العددية f_n للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f_n(x) = \frac{1}{1+e^{-\frac{3}{2}(x-n)}}$

و ليكن (C_n) المنحنى الممثل للدالة f_n في معلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0.75 1- أ)أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f_n(x)$ ثم أول مبيانيا النتيجتين المحصل عليهما.

0.75 ب) بين أن الدالة f_n قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ثم أحسب $f_n'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$

0.25 ج)بين أن الدالة f_n تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$

0.5 2- أ) بين أن النقطة $I_n\left(n, \frac{1}{2}\right)$ مركز تماثل للمنحنى (C_n)

0.5 ب)أنشئ المنحنى (C_1) .

www.tawjihnet.net تحميل موقع توجيه نت

0.75 ج) أحسب مساحة الحيز المستوي المحصور بين المنحنى (C_1) و المستقيمات: $x=0$ و $x=1$ و $y=0$

0.75 3- أ) لكل n من $\mathbb{N}^*$، بين أن المعادلة : $f_n(x)=x$ تقبل حلا وحيدا u_n في المجال $]0,n[$

0.5 ب) بين أن: $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\ (\forall x\in\mathbb{R}^+)\quad f_{n+1}(x)<f_n(x)$

0.75 ج) بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ تناقصية قطعا ثم استنتج أنها متقاربة.

0.5 د) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

التمرين الخامس:(4 نقط)

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ ، بما يلي: $g(x)=\int_x^{3x}\frac{\cos t}{t}dt$

0.5 1- بين أن الدالة g زوجية.

0.75 2- بين أن الدالة g قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$ ثم أحسب $g'(x)$ من أجل $x>0$

0.5 3-أ)باستعمال مكاملة بالأجزاء، تحقق أن: $(\forall x>0)\quad \int_x^{3x}\frac{\cos t}{t}dt=\frac{\sin 3x-3\sin x}{3x}+\int_x^{3x}\frac{\sin t}{t^2}dt$

0.75 ب) بين أنه لكل x من المجال $]0,+\infty[$ لدينا: $|g(x)|\leq\frac{2}{x}$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

0.5 4-أ) بين أن : $(\forall x>0)\quad 0\leq\int_x^{3x}\frac{1-\cos t}{t}dt\leq 2x$ (لاحظ أن: $(\forall t>0)\quad 1-\cos t\leq t$)

0.5 ب) تحقق أن: $(\forall x>0)\quad g(x)-\ln 3=\int_x^{3x}\frac{\cos t-1}{t}dt$

0.5 ج) استنتج: $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$

انتهى